

Repères chronologiques en physique des ondes.XVII<sup>e</sup> siècle

- 1687 : dans ses "principia", NEWTON propose la formule  $c = 1/\sqrt{\rho_0 \kappa_T}$  de la célérité du son dans l'air, en désaccord de 15% par rapport aux mesures balistiques réalisées par MERSENNE en 1636.

XVIII<sup>e</sup> siècle

- 1747 : D'ALEMBERT écrit et résout la première équation aux dérivées partielles de l'histoire des sciences, véritable "acte fondateur" de la physique des ondes.

XIX<sup>e</sup> siècle

- 1810 : YOUNG étudie et interprète les interférences lumineuses comme un phénomène ondulatoire.
- 1813 : FRESNEL propose un modèle scalaire des ondes lumineuses et interprète quantitativement les phénomènes de diffraction. Puis il met en œuvre une théorie vectorielle de la lumière, mettant en avant le caractère transversal des ondes lumineuses.
- 1816 : LAPLACE rectifie l'erreur de NEWTON en remplaçant le coefficient de compressibilité isotherme par le coefficient de compressibilité isentropique dans l'expression de la célérité du son et rétablit ainsi l'accord avec les mesures.
- 1842 : DOPPLER interprète l'écart entre la fréquence émise par une source sonore en mouvement et la fréquence perçue par un observateur fixe.
- 1849 : FIZEAU mesure précisément la vitesse de la lumière dans l'air à l'aide d'une roue dentée.
- 1850 : FOUCAULT compare la vitesse de la lumière dans l'air et dans l'eau à l'aide d'un miroir tournant.
- 1864 : MAXWELL unifie les lois de l'électromagnétisme en quatre équations ; la relation  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$  qui en découle le conduit à affirmer que les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques.
- 1875 : BELL met au point et développe le téléphone.
- 1887 : MICHELSON tente de mesurer la vitesse de la Terre par rapport à "l'éther" ; son échec montre que la vitesse de la lumière dans le vide  $c_0$  est indépendante du référentiel.
- 1888 : HERTZ mesure la vitesse des ondes électromagnétiques engendrées par un circuit oscillant à haute fréquence et conclut à l'identité avec la vitesse de la lumière, vérifiant ainsi les équations de MAXWELL.
- 1895 : Pierre CURIE étudie l'influence de la température sur les propriétés des corps paramagnétiques.
- 1896 : MARCONI réalise la première transmission sans fil (TSF) sur 3 km.

XX<sup>e</sup> siècle

- 1905 : LANGEVIN établit une théorie semi-classique du paramagnétisme et diamagnétisme.
- 1907 : WEISS développe une théorie du ferromagnétisme reposant sur l'hypothèse du champ moyen ; l'origine profonde de ce champ ne sera comprise qu'en 1928 par HEISENBERG dans le cadre de la mécanique quantique.
- 1926 : La mécanique quantique, étend considérablement le champ de la physique des ondes en associant à toute particule une fonction d'onde solution de l'équation aux dérivées partielles de SCHRÖDINGER.
- 1927 : BRILLOUIN développe une théorie quantique du paramagnétisme.

## OSCILLATEURS COUPLÉS

### Oscillations libres

La loi de Hooke pour ce système  $\{m_1, m_2\}, \{K, K', K\}$  s'écrit :

$$\vec{F}_1 = -K_1 \xi_1 \hat{x}, \quad \vec{F}_2 = -K_2 \xi_2 \hat{x}, \quad \vec{F}_{2 \rightarrow 1} = K'(\xi_2 - \xi_1) \hat{x}$$

et le théorème de la résultante dynamique (TRD) s'écrit :

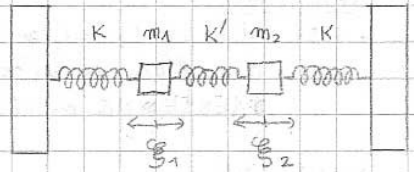
$$m \ddot{\xi}_1 = -K \xi_1 - K'(\xi_1 - \xi_2) \quad \text{et} \quad m \ddot{\xi}_2 = -K \xi_2 - K'(\xi_2 - \xi_1).$$

que l'on peut résoudre en posant :

$$\sigma = \xi_1 + \xi_2; \quad \delta = \xi_1 - \xi_2$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{K}{m}}; \quad \omega'' = \sqrt{\frac{K+2K'}{m}}$$

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{1}{2}(\sigma + \delta) = \frac{A'}{2} \cos(\omega' t - \phi') + \frac{A''}{2} \cos(\omega'' t - \phi'') \\ \xi_2 = \frac{1}{2}(\sigma - \delta) = \frac{A'}{2} \cos(\omega' t - \phi') - \frac{A''}{2} \cos(\omega'' t - \phi'') \end{cases}$$



• Pour les cas où  $A' = 0$  et  $A'' = 0$ , on a respectivement deux modes propres de système couplé. Le mode propre est une solution des équations du mouvement telle que tous les oscillateurs vibrent avec la même pulsation. Un système de  $N$  oscillateurs couplés possède  $N$  modes propres, donc  $N$  pulsations propres, et la solution générale est une superposition des modes propres.

• Cas de deux oscillateurs faiblement couplés :  $\phi' = \phi'' = 0$  et  $A' = A'' = a$ , d'où :

$$\xi_1 = a \cos \frac{(\omega'' - \omega')t}{2} \cos \frac{(\omega'' + \omega')t}{2} \quad \text{et} \quad \xi_2 = a \sin \frac{(\omega'' - \omega')t}{2} \sin \frac{(\omega'' + \omega')t}{2}$$

Ainsi, période commune  $T_0$ . Phénomène de battements : l'amplitude d'une masse coïncide avec la nullité de l'élongation de l'autre, selon une période  $T_B$  telle que  $\frac{1}{T_B} = \frac{1}{T'} - \frac{1}{T''}$ .

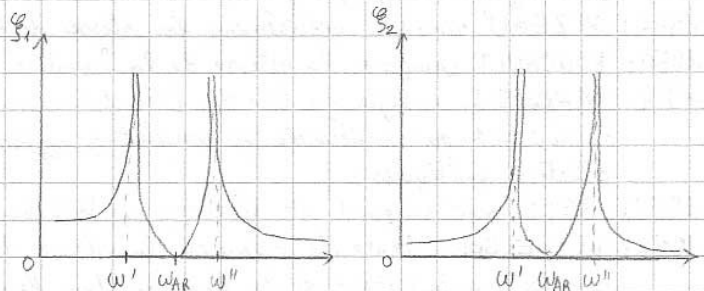
### Oscillations forcées

• Cas des frottements négligeables :

un système d'oscillateurs couplés entre en résonance lorsque la pulsation de l'excitation est égale à une de ses pulsations propres.

$\omega_{AR}$  : pulsation d'antirésonance (utile pour supprimer des vibrations parasites).

• Frottements faibles : ils adoucissent les résonances et antirésonances d'un système d'oscillateurs.

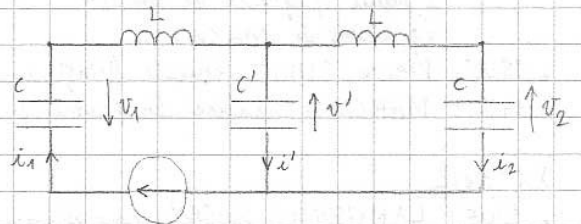


### Oscillateurs électriques couplés

• Couplage capacitif :

$$L \frac{d^2 v_1}{dt^2} = -\frac{v_1}{C} - \frac{v_1 - v_2}{C'} + e_1 \quad \text{et} \quad L \frac{d^2 v_2}{dt^2} = -\frac{v_2}{C} - \frac{v_2 - v_1}{C'}$$

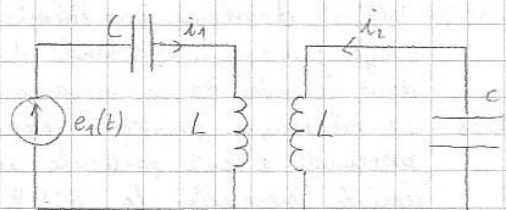
$$\text{Pulsations propres } \omega' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad \omega'' = \sqrt{\left(\frac{1}{L}\right)\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C'}\right)}$$



• couplage par inductance mutuelle :

$$LC \frac{d^2 v_1}{dt^2} + MC \frac{d^2 v_2}{dt^2} + v_1 = e_1 \quad \text{et} \quad LC \frac{d^2 v_2}{dt^2} + MC \frac{d^2 v_1}{dt^2} + v_2 = 0$$

$$\text{Pulsations propres } \omega' = \frac{1}{\sqrt{(L+M)C}} \quad \text{et} \quad \omega'' = \frac{1}{\sqrt{(L-M)C}}$$



# EQUATION D'ONDE DE D'ALEMBERT UNIDIMENSIONNELLE

## Forme générale

Un phénomène de propagation décrit par un champ scalaire  $a(M,t)$  qui ne dépend que d'une variable cartésienne  $x$ , dans l'approximation des milieux continus, peut être décrit par l'équation :

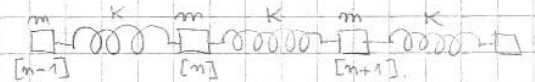
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \text{où } c \text{ représente la célérité de l'onde}$$

$y$  est la variable qui évolue périodiquement.

Si  $y$  varie le long de  $Ox$ , l'onde est longitudinale ; perpendiculairement à  $Ox$ , l'onde est transversale.

• Exemple d'une chaîne infinie d'oscillateurs :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec } c = \sqrt{\frac{kd^2}{m}}$$



(longueur à vide des ressorts  $d$ , élongation  $\xi$ )

• Exemple d'une corde vibrante

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec } c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$



(masse linéique de la corde  $\mu$ , tension  $F$ )

## Solutions de l'équation de d'Alembert

Soit l'équation  $\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 a}{\partial u \partial v} = 0$  où on a opéré les changements de variables :  
 $u = x - ct$      $v = x + ct$

Sa solution a la forme :  $a(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct) = f(u) + g(v)$  où  $g(v)$  est une primitive de la fonction  $h(v) = \frac{\partial a}{\partial v}$  et  $f(u)$  une fonction "constante d'intégration" quelconque de  $u$ .

• Des ondes mécaniques se propagent d'autant plus vite que le milieu est raide ( $K \uparrow$ ) et moins inerte ( $m \downarrow$ )

• Onde plan progressive harmonique (OPPH) : onde de la forme

$$a(x,t) = a_m \cos(\omega t - kx - \phi)$$

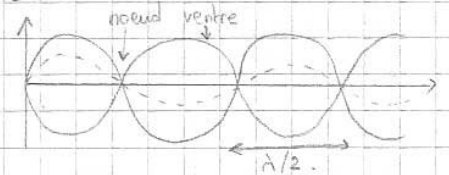
caractérisée par une double périodicité (spatiale et temporelle)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{et} \quad \|\vec{k}\| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{vecteur d'onde.}$$

• Notation complexe :  $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$  et  $\frac{\partial}{\partial x} = -jk$  d'où  $(-jk)^2 a - \frac{(j\omega)^2}{c^2} a = 0 \Leftrightarrow k = \frac{\omega}{c}$   
 on utilise

• Onde plan stationnaire :  $a(x,t) = C \cos(kx - \psi) \cos(\omega t - \phi)$

La dépendance spatiale intervient dans l'amplitude de l'oscillation temporelle, et non plus dans la phase  $\Rightarrow$  tous les points vibrent en phase ou en opposition de phase



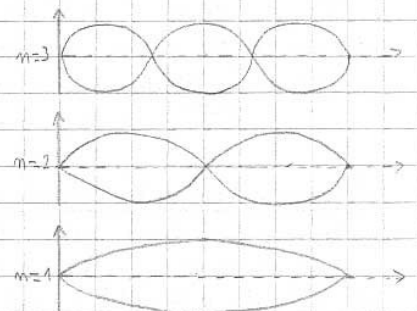
## Modes propres d'une corde fixée à ses extrémités

Seu pulsation et longueur d'onde sont quantifiées.

$$\omega = n \frac{\pi c}{L} \quad \text{et} \quad L = n \frac{\lambda}{2}$$

Les seules solutions possibles sont les modes propres de la corde, et leur pulsation propre correspondante :

$$y_n(x,t) = A_n \cos\left(\frac{n\pi c t}{L} - \phi_n\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$



• Pour une corde fixée à ses deux extrémités, on peut construire la solution générale en régime libre de l'équation de d'Alembert par superposition de modes propres, en utilisant les développements en série de Fourier des conditions initiales.

• Expérience de Melde : oscillations forcées d'une corde fixée à une extrémité. On observe ici encore un phénomène de résonance lorsque la pulsation  $\omega$  de l'excitateur est confondue avec une des pulsations propres  $\omega_n$  de la corde vibrante.

# ONDES SONORES DANS LES FLUIDES

## Mise en équation des ondes sonores.

- Equation d'Euler linéarisée:  $\mu_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\text{grad } P_1$
- Equation locale de conservation de la masse linéarisée:  $\mu_0 \text{div } \vec{v}_1 + \frac{\partial \mu_1}{\partial t} = 0$
- Equation d'évolution thermodynamique du fluide linéarisée:  $\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = \mu_0 \chi_s \frac{\partial P_1}{\partial t}$   
(coefficient de compressibilité isentropique  $\chi_s$ )
- Equation de propagation de la surpression:  $\Delta P_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} = 0$  avec  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \chi_s}}$
- Equation de propagation de la vitesse:  $\Delta \vec{v}_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{v}_1}{\partial t^2} = 0$  avec  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \chi_s}}$

## Ondes sonores planes progressives

- Equation de d'Alembert générale:  $\Delta a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0$
- Une solution correspondant à une OPP est:  $a(M, t) = f(\hat{u} \cdot \vec{r} - ct)$
- Formule de Laplace:  $c = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$  Par ailleurs  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \chi_s}}$   
célérité des ondes sonores
- Cas des OPP harmoniques:  $a(M, t) = A \cos(\omega(t - \frac{\hat{u} \cdot \vec{r}}{c}) - \phi) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \phi)$
- Les ondes sonores dans un fluide sont longitudinales.
- Impédance acoustique du milieu: elle est d'autant moins grande que le milieu est moins compressible et plus dense:  $Z_{OPP} = \frac{P_1}{v_1} = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}}$
- L'impédance d'un solide > l'impédance d'un liquide > l'impédance d'un gaz.

## Aspect énergétique

- Puissance échangée à travers une surface:  $\mathcal{P} = \iint_{(S)} \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$  avec  $\vec{\Pi} = P_1 \vec{v}_1$  densité de flux de puissance sonore
- Bilan énergétique local:  $\text{div } \vec{\Pi} + \frac{\partial e}{\partial t} = 0$  avec  $e = \frac{1}{2} \mu_0 v_1^2 + \frac{1}{2} \chi_s P_1^2$
- L'onde sonore a donc une énergie  $E = \iiint (v) e dt$  avec  $(1/2) \mu_0 v_1^2$  terme cinétique et  $(1/2) \chi_s P_1^2$  surcrist.
- Cas d'une OPP: les termes cinétiques et internes sont égaux ( $e_c = e_i$ ).
- Intensité sonore:  $\Pi = 10 \log \frac{\langle \Pi \rangle}{\langle \Pi_0 \rangle}$  en dB  $\begin{cases} \langle \Pi \rangle = (1/2) \mu_0 c v_{1M}^2 \\ \langle \Pi_0 \rangle = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \end{cases}$

## Ondes sonores planes stationnaires.

- Structure type  $v_1 = A \sin(kx) \sin(\omega t)$  et  $P_1 = 2 \mu_0 c A_i \cos(kx) \cos(\omega t)$
- Les nœuds de vitesse sont des ventres de pression, et les nœuds de pression sont des ventres de vitesse.
- Une onde stationnaire ne transporte en moyenne temporelle aucune énergie:  $\langle \vec{\Pi} \rangle = 4 \mu_0 c A_i^2 \cos(kx) \sin(kx) \langle \cos(\omega t) \sin(\omega t) \rangle \hat{i} = \vec{0}$

## Réflexion-transmission d'une onde plane progressive sous incidence normale.

- Lorsqu'une onde sonore arrive à l'interface de 2 domaines dits "dioptrés acoustiques", elle se répartit en une onde transmise (surpression et vitesse sont continues à l'interface:  $p_1'(0, t) = p_1''(0, t)$  et  $v_1'(0, t) = v_1''(0, t)$ ) et nécessairement une onde réfléchie puisque  $Z_{OPP} \neq Z''_{OPP}$  en général.
- Coefficients de réflexion-transmission des amplitudes:  $r = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z''_{OPP} - Z'_{OPP}}{Z''_{OPP} + Z'_{OPP}}$  et  $t = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2 Z''_{OPP}}{Z''_{OPP} + Z'_{OPP}}$
- Coefficients de réflexion-transmission des puissances:  $R = r^2 = \left( \frac{Z''_{OPP} - Z'_{OPP}}{Z''_{OPP} + Z'_{OPP}} \right)^2$  et  $T = t^2 \frac{Z''_{OPP}}{Z'_{OPP}} = \frac{4 Z''_{OPP} Z'_{OPP}}{(Z''_{OPP} + Z'_{OPP})^2}$  avec  $R + T = 1$

Une interface ne transmet correctement les ondes sonores que si les impédances sont voisines.

# ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE

## Equations de propagation des champs et conséquences

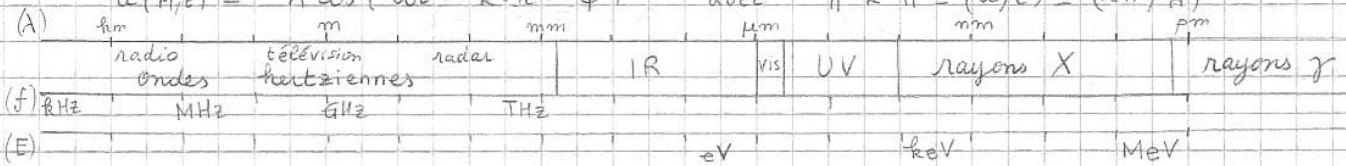
• Equations de d'Alembert du champ  $\{E, B\}$

$$\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \Delta \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

solutions  $\{E, B\}$  de célérité :  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

- Une onde électromagnétique plane progressive (OemPP) se propageant dans la direction  $\hat{u}$  a toutes ses composantes  $\{E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z\}$  sont de la forme  $a(M, t) = f(\hat{u} \cdot \vec{r} - ct)$  où  $f$  quelconque est à priori différentiable pour chaque composante.
- Toute solution des équations de Maxwell dans le vide est une superposition d'OemPP, la somme portant sur toutes les directions de propagation  $\hat{u}$ .
- Onde électromagnétique plane progressive harmonique (OemPPH):

$$a(M, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \phi) \quad \text{avec} \quad \|\vec{k}\| = (\omega/c) = (2\pi/\lambda)$$

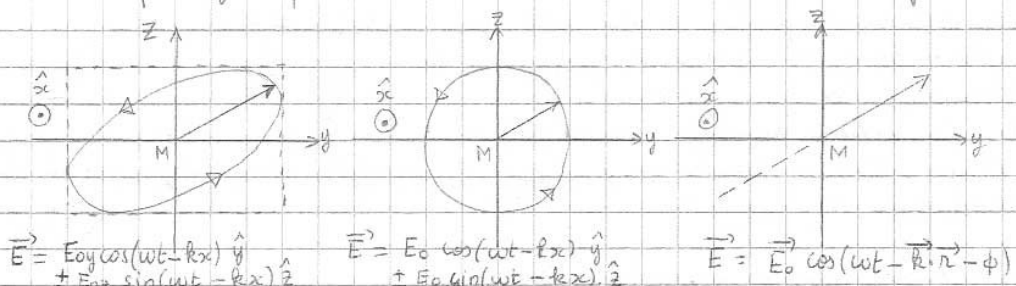


## Ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques dans le vide.

- Notation complexe :  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(j\omega t - j\vec{k} \cdot \vec{r})$  et  $\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(j\omega t - j\vec{k} \cdot \vec{r})$
- Les OemPPH dans le vide sont transverses électriques ( $\hat{u} \cdot \vec{E} = 0$ ) et magnétiques ( $\hat{u} \cdot \vec{B} = 0$ ). Les ondes électromagnétiques sont des ondes transversales.
- Relation de dispersion :  $k = \frac{\omega}{c}$  • couplage  $\vec{E} = \vec{B} \times \hat{u}$  :  $\vec{B} = \frac{\hat{u} \wedge \vec{E}}{c}$

Le champ électrique et le champ magnétique d'une OemPPH dans le vide sont en phase.

- Polarisation :
  - elliptique (cas général)
  - circulaire
  - rectiligne



- Vecteur de Poynting d'une OemPPH :  $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \left(\frac{E^2}{\mu_0 c}\right) \hat{u}$
- Densité volumique d'énergie électromagnétique :  $u_{em} = \epsilon_0 E^2$
- Vitesse de propagation de l'énergie  $v_e$  : ( $v_e = c$  pour les OemPPH) :  $v_e = \frac{\|\langle \vec{\Pi} \rangle\|}{\langle u_{em} \rangle}$

## Rayonnement dipolaire

- Un dipôle oscillant est un ensemble neutre de particules  $\{q_i, p_i, \vec{v}_i\}$  dont le moment dipolaire électrique est de la forme :  $\vec{p} = \sum q_i \vec{OP}_i = p_0 \cos \omega t \hat{z}$  et dont l'extension géométrique  $a = \text{Max}(\|\vec{OP}_i\|)$  au voisinage d'un point fixe O est faible devant  $\lambda$  et la distance  $r = OM$  du point M où l'on veut calculer le champ électromagnétique.
- La zone de rayonnement d'un émetteur est l'ensemble des points de l'espace à des distances grandes devant la longueur d'onde.  $\Rightarrow$  En résumé :  $a \ll \lambda \ll r$
- Calcul d'un champ  $\{E, B\}$  rayonné :  $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r c} \dot{\vec{p}}(t - \frac{r}{c}) \hat{\phi} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \ddot{\vec{p}}(t - \frac{r}{c}) \hat{\theta}$
- Le rayonnement d'un dipôle est anisotrope. La puissance rayonnée par unité de surface est nulle dans la direction du dipôle et maximale dans le plan équatorial.
- Formule de Larmor :  $\langle P \rangle = \frac{\mu_0 \langle \dot{\vec{p}}^2 \rangle}{4\pi c}$

## DISPERSION - ABSORPTION

### Pseudo-ondes planes progressives harmoniques

(c'est une onde, notée OPPH\*, de la forme :  $\theta(x,t) = \text{Re } \hat{\theta}(x,t)$  avec  $\hat{\theta}(x,t) = A \exp(j\omega t - jkx)$ )

- Relation de dispersion entre  $k$  et  $\omega$  :

$$k^2 = \frac{m\ell^2 \omega^2}{3Kd^2} - \frac{mg\ell}{2Kd^2} - \frac{jf\omega}{Kd^2} \quad \text{en écrivant } k(\omega) = \text{Re } k + j \text{Im } k = k'(\omega) + j k''(\omega).$$

- Dans l'expression d'un système oscillant :  $\theta = A \exp(k''x) \cos(\omega t - k'x)$ , le terme  $\exp(k''x)$  décrit le plus souvent un amortissement  $\Rightarrow k'' < 0$

On dit que le milieu est absorbant

Distance caractéristique de l'absorption :  $\delta = \frac{1}{|k''|}$

- Cas où les frottements sont négligeables : l'équation d'onde devient l'équation de Klein-Gordon :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{3Kd^2}{m\ell^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{3g}{2\ell} \theta \quad \text{ou} \quad k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_c^2$$

en posant  $c = \sqrt{\frac{3Kd^2}{m\ell^2}}$  et  $\omega_c = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}}$

Si  $\omega < \omega_c$ , solution type  $\theta = A \exp(k''x) \cos(\omega t)$  pas de noeuds/ventres  $\Rightarrow$  onde évanescente.

### Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu dispersif.

Signal  $\theta(x=0,t)$  décomposé en :

$$\text{(Fourier)} \quad \hat{\theta}(x=0,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\theta}(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

- Un paquet d'ondes ou groupe d'ondes est un ensemble d'OPPH de pulsations voisines telles que l'extension temporelle du signal global soit finie et grande devant la période moyenne  $T_0$  soit

$$\hat{\theta}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \hat{\theta}(\omega) \exp(j\omega t - jkx) d\omega$$

Cette extension temporelle  $\tau$  est telle que  $\tau \Delta\omega \approx 2\pi$ .

- Vitesse de groupe : vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'onde :  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

Pour les milieux dispersifs,  $v_g$  dépend de  $\omega \Rightarrow$  le paquet d'ondes se propage en se déformant.

- Ondes solitaires : ondes particulières où les effets de la dispersion et ceux de la propagation non-linéaire se compensent.

### Effet de peau dans les conducteurs ohmiques.

- Un conducteur ohmique est localement neutre à tout instant.

On peut appliquer l'ARQS : équation de propagation du champ électrique :

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- Dans un métal conducteur, en régime sinusoïdal de pulsation  $\omega$ , les courants sont localisés au voisinage de la surface sur une épaisseur de l'ordre de  $\delta = \sqrt{2/\mu_0 \sigma \omega}$ .

- Structure des OPPH\* :  $\vec{B}$  et  $\vec{E}$  sont déphasés, et le rapport de leurs amplitudes n'est pas égal à la vitesse de phase.

# ELECTROMAGNETISME DANS LES MILIEUX

## Equations de Maxwell dans les milieux matériels.

• Un milieu susceptible de se polariser sous l'action d'un champ électrique est appelé "diélectrique".  
 Son vecteur-polarisation vaut :  $\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{1}{dt} \sum \vec{\mu}_R = n^* \langle \vec{\mu}_R \rangle$  densité volumique de moment dipolaire moyen.

La densité volumique de charges liées vaut :  $\rho_{liées} = -\text{div } \vec{P}$   
 Leur densité de courant vaut :  $\vec{j}_{liées} = -\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

• Un milieu dont les charges liées sont susceptibles de se déplacer sous l'action d'un champ magnétique est appelé "magnétique" (ou il "s'aimante")  
 Son vecteur-aimantation vaut :  $\vec{M} = \frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{1}{dt} \sum \vec{M}_R = n^* \langle \vec{M}_R \rangle$  densité volumique de mmf magnétique.

La densité de courant de charges liées vaut :  $\vec{j}_{liées} = \text{rot } \vec{M}$

• Déplacement électrique :  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  • Excitation magnétique :  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

## Equations de Maxwell des milieux :

$$\text{div } \vec{D} = \rho_{libres} \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{libres} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

• Théorème de Gauss pour  $\vec{D}$  :

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{libres}$$

• Théorème d'Ampère pour  $\vec{H}$  :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{(S)} \vec{j}_{libres} \cdot d\vec{S} + \iint_{(S)} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = I_{libres}(C)$$

↑ ARQS

• Relations de passage :  $\vec{D}_{2n} - \vec{D}_{1n} = \sigma_{libres} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  et  $\vec{H}_{2t} - \vec{H}_{1t} = \vec{j}_{s, libres} \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$

• Vecteur de Poynting :  $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H}$  tel que  $\Phi = \iint_{(S)} \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$  puissance électromagnétique transportée à travers (S).

• Milieux linéaires, homogènes et isotropes (MLHI) : définis par  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  et  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  où  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  et  $\mu = \mu_0 \mu_r$

Milieu non-magnétique si  $\mu_r = 1$ , non-diélectrique si  $\epsilon_r = 1$ , parfait si  $\rho_{libres} = 0$  et  $\vec{j}_{libres} = \vec{0}$

## Modèles microscopiques de quelques milieux matériels.

- Un matériau est diamagnétique si  $\mu_r - 1 < 0$  et indépendant de la température
- Un matériau est paramagnétique si  $\mu_r - 1 > 0$  et inversement proportionnel à la température (loi de Curie), il existe au moins 1 électron non-apparié dans ses orbitales chimiques constituatives
- Un matériau est ferromagnétique si au-delà d'une température  $T_c$  de Curie il se comporte comme un composé paramagnétique, et en-dessous son aimantation est nulle.

## Ondes électromagnétiques dans les milieux DLHI

Les OemPPH\* dans un DLHI sont transversales.

• Relation de dispersion dans le matériau :  $k^2 = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2}$

• En notant  $k_0 = \omega/c$  dans le vide (référence), on note :

Indice complexe  $n = \frac{k}{k_0}$  ; indice de dispersion  $n' = \text{Re } n = \frac{k'}{k_0} = \frac{c}{v_\phi}$  ; indice d'absorption  $n'' = \text{Im } n = \frac{k''}{k_0}$

La phase d'une OemPPH\* dans un DLHI est :  $\Psi = \omega t - \phi_0 - 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}$  avec  $\delta = n'' x$

• Relation entre le champ  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  :  $\vec{B} = \frac{k}{\omega} \hat{u} \wedge \vec{E} = \frac{n}{c} \hat{u} \wedge \vec{E}$

• Vecteur de Poynting dans un DLHI :  $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$

Réflexion-réfraction d'une OemPPH sur un dioptré.

En l'occurrence,  $\vec{D}_{2n} = \vec{D}_{1n}$   $\vec{E}_{2t} = \vec{E}_{1t}$   $\vec{B}_{2n} = \vec{B}_{1n}$   $\vec{H}_{2t} = \vec{H}_{1t}$

Les relations de passage imposent ainsi la continuité des composantes tangentes des vecteurs d'ondes:

$\hat{N} \wedge \vec{k}_i = \hat{N} \wedge \vec{k}_r = \hat{N} \wedge \vec{k}_t$  où  $\hat{N}$  est le vect. unit. de la normale au dioptré

• Première loi de Descartes: le rayon réfléchi et le rayon réfracté sur un dioptré appartiennent au plan d'incidence, défini par la normale au dioptré et le rayon incident.

• Deuxième:  $\sin i_1 = -\sin r$  et  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .

• Coefficients de réflexion et de transmission des amplitudes:

$r_{1 \rightarrow 2} = (n_1 - n_2) / (n_1 + n_2)$  et  $t_{1 \rightarrow 2} = (2n_1) / (n_1 + n_2)$ .

lorsque  $n_1 < n_2$  la réflexion provoque un déphasage de  $\pi$ .

• Coefficients de réflexion et de transmission des puissances:

$R_{1 \rightarrow 2} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$  et  $T_{1 \rightarrow 2} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$  avec  $R_{1 \rightarrow 2} + T_{1 \rightarrow 2} = 1$ .

Sur un dioptré, la puissance incidente se répartit en puissance réfléchie et puissance transmise.

Bilan de l'étude expérimentale du ferromagnétisme

→ courbe de première aimantation.

L'aimantation d'un matériau ferromagnétique décrit un cycle d'hystérésis: aimantation linéaire  $M = f(H)$

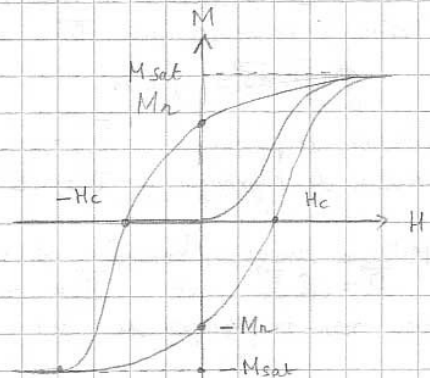
puis aimantation à saturation  $M_{sat}$

On supprime  $H \Rightarrow$  il reste une aimantation rémanente  $M_r$

Il faut appliquer un champ coercitif  $-H_c$  pour annuler  $M$ .

• L'énergie apportée décrit des pertes par hystérésis:

$E_{hystérésis} = (\int \mathcal{V}) \oint H dB$



L'aire d'un cycle d'hystérésis représente l'énergie dissipée par unité de volume dans un matériau ferromagnétique.

• Matériau doux:  $H_c$  et  $E$  faibles afin d'effectuer un maximum de cycles par unité de temps.

• Matériau dur:  $H_c, M_r$  et  $E$  élevés pour éviter la désaimantation et obtenir un aimant permanent.

Bilan de l'étude expérimentale de la polarisation.

• Un polariseur dichroïque est une lame de plan  $(\vec{v}, \vec{w})$  telle qu'elle laisse totalement passer tout champ  $\vec{E} // \vec{v}$  et absorbe totalement tout champ  $\vec{E} // \vec{w}$ . Les lames quart d'onde et demi-onde déphase respectivement de  $\frac{\pi}{4}$  ( $\frac{\pi}{4}$ ) et  $\frac{\pi}{2}$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) les champs appliqués.

• Un analyseur est un polariseur rectiligne (P) suivi d'un photodétecteur mesurant  $E$ :

Loi de Malus  $E = E_{max} \cos^2 \alpha$  ( $\alpha$ : angle de rotation du champ).