

## Repères chronologiques en optique.

### XVII<sup>e</sup> siècle.

- 1610 : GALILEE crée sa lunette à oculaire divergent
- 1621 : SNELL découvre les lois de la réfraction, redécouvertes indépendamment par DESCARTES.
- 1675 : NEWTON étudie la dispersion de la lumière et propose un modèle où la lumière est composée de corpuscules satisfaisant aux lois de la mécanique
- 1676 : RÖMER montre que la vitesse de la lumière est finie en observant les éclipses des satellites de Jupiter.
- 1676 : HUYGENS propose un modèle ondulatoire de la lumière qui interprète les lois de la réfraction ; il introduit une construction des surfaces d'ondes de proche en proche, qui constituera le socle de la théorie de la diffraction un siècle et demi plus tard.

### XIX<sup>e</sup> siècle.

- 1810 : YOUNG étudie et interprète les interférences lumineuses comme un phénomène ondulatoire
- 1808 : MALUS découvre par hasard la polarisation de la lumière par réflexion.
- 1812 : FRESNEL propose un modèle scalaire des ondes lumineuses et interprète quantitativement les phénomènes de diffraction. Puis il met en œuvre une théorie vectorielle de la lumière, mettant en avant le caractère transversal des ondes lumineuses.
- 1815 : FRAUNHOFER invente le spectroscope à réseau.
- 1849 : FIZEAU mesure précisément la vitesse de la lumière dans l'air à l'aide d'une roue dentée.
- 1850 : FOUCAULT compare la vitesse de la lumière dans l'air et dans l'eau à l'aide d'un miroir tournant. Son expérience conforte la théorie ondulatoire de la lumière et entérine définitivement la théorie corpusculaire de NEWTON.
- 1864 : MAXWELL unifie les lois de l'électromagnétisme en quatre équations ; la relation  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$  qui en découle le conduit à affirmer que les ondes lumineuses sont électromagnétiques.
- 1880 : ROWLAND fait faire un pas de géant aux réseaux, réduisant leur pas de 0,1 mm à 1  $\mu\text{m}$ . Il ouvre ainsi la voie à la spectroscopie de haute résolution.
- 1887 : MICHELSON teste de mesurer la vitesse de la Terre par rapport à l'"éther" ; son échec montre que la vitesse de la lumière dans le vide  $c_0$  est indépendante du référentiel.
- 1888 : HERTZ mesure la vitesse des ondes électromagnétiques engendrées par un circuit oscillant à haute fréquence et concluant à l'identité avec la vitesse de la lumière.
- 1895 : FABRY et PEROT mettent en œuvre leur interférométrie à ondes multiples, dont la finesse permettra d'importants progrès en spectroscopie.

### XX<sup>e</sup> siècle.

- 1905 : EINSTEIN interprète l'effet photoélectrique en développant l'hypothèse de la quantification des échanges d'énergie entre le champ et la matière émise par PLANCK en 1900. Dans le langage actuel, ceci revient à décomposer la lumière en photons ; c'est le retour en force du modèle corpusculaire de la lumière.
- 1926 : DE BROGLIE traite les particules matérielles comme des ondes et lie leur quantité de mouvement et leur longueur d'onde par la même relation  $\lambda = h/p$  que les photons.
- 1945 : FEYNMAN, SCHWINGER et TOMONOGA élaborent "l'électrodynamique quantique" qui réunit les aspects corpusculaire et ondulatoire de la lumière.
- 1960 : Grâce notamment aux travaux précurseurs de KASTLER sur le pompage optique (qui lui vautront le prix Nobel en 1966), les LASER voient le jour en vingt ans. Le LASER sous des formes variées envahit notre univers quotidien et trouve des applications industrielles et médicales nombreuses.
- 1980 : La communication et le stockage "optiques" des informations se développent grâce aux fibres optiques, aux diodes-LASER, aux compact-disques.

# INTRODUCTION A L'ANALYSE DE FOURIER.

## Séries de Fourier

Une fonction  $g(t)$  périodique de la variable  $t$ , de fréquence  $f$ , peut se mettre sous la forme :

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f t) + b_n \sin(2\pi n f t) \quad \text{ou} \quad g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(2\pi n f t - \phi_n)$$

Une telle expression est appelée développement en série de Fourier (DSF).

• Toute fonction périodique de fréquence  $f$  est la somme de fonctions sinusoïdales de fréquences  $0, f, 2f, 3f, \dots$

• On exprime les coefficients du DSF par :  $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt$  valeur moyenne de  $g(t)$ .

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos(2\pi n f t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin(2\pi n f t) dt$$

• Un filtre passe-bas n'est sensible qu'à la valeur moyenne d'une entrée  $e(t)$  de fréquence  $f$  très supérieure à sa fréquence de coupure  $f_0$ . En d'autres termes, un détecteur filtre les oscillations dont la fréquence est nettement supérieure à l'inverse de son temps de réponse.

## Symétries d'une fonction et propriétés de son DSF

Dans le cas où  $g(t)$  présente des symétries de type parité-impairité, ces propriétés annulent un coefficient de Fourier sur deux.

$$g(t) \text{ paire sur } 0 \Leftrightarrow b_n \text{ nuls}$$

$$g(t) \text{ impaire sur } 0 \Leftrightarrow a_n \text{ nuls}$$

$$g(t) \text{ paire sur } \frac{T}{4} \Leftrightarrow b_{2p} \text{ et } a_{2p+1} \text{ nuls}$$

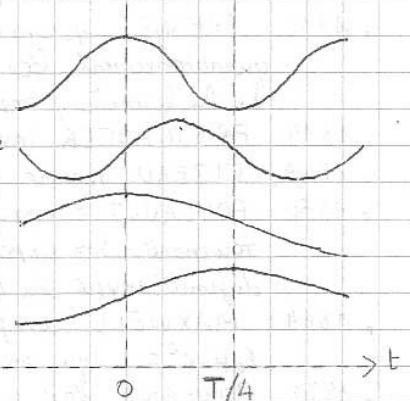
$$g(t) \text{ impaire sur } \frac{T}{4} \Leftrightarrow b_{2p+1} \text{ et } a_{2p} \text{ nuls}$$

$\cos(4\pi f t)$ : paire-paire

$\sin(4\pi f t)$ : impaire-impair

$\cos(2\pi f t)$ : paire-impair

$\sin(2\pi f t)$ : impaire-paire



## Aspect énergétique

• Plus une fonction périodique varie brutalement, plus les harmoniques élevées ( $n > N$  assez grand) jouent un rôle important dans son DSF.

• Des signaux très brefs ont un spectre très étendu en fréquence.

• Identité de Parseval :  $\frac{1}{T} \int_0^T g^2(t) dt = a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^2}{2}$

L'énergie (ou la puissance) moyenne associée à une fonction périodique  $g(t)$  est égale à la somme des énergies (ou des puissances) moyennes associées à chacune de ses composantes de Fourier.

## Transformée de Fourier

C'est la fonction  $\hat{g}(\omega)$  associée à une fonction  $g(t)$  :

• Théorème de réciprocity :

$$\hat{g}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \exp(-j\omega t) dt$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{g}(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

Toute fonction  $g(t)$  peut être considérée comme la somme d'une infinité de fonctions sinusoïdales.

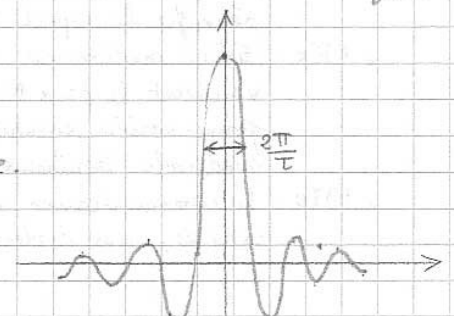
• Le spectre d'une fonction  $g(t)$  est l'ensemble des  $\omega$  donnant une contribution non nulle à  $g(t)$ .

Largeur spectrale d'un signal : pic intense pour les  $\omega \in$  spectre.

• Un signal sinusoïdal de durée limitée n'est pas représentable par une fréquence unique. Seul le cas limite d'un signal sinusoïdal éternel peut être considéré comme strictement monochromatique.

• Le produit de l'extension temporelle  $T = \Delta t$  d'un signal par l'extension en fréquence  $\Delta F$  de son spectre est de l'ordre de l'unité.

• Un signal est d'autant plus étendu en fréquence qu'il est bref.



## DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE À L'OPTIQUE ONDULATOIRE

### Rappel des lois de Descartes.

- L'indice lumineux, caractéristique du milieu dans lequel l'onde se propage est :  $n = \frac{c_0}{c}$ . S'il dépend de la position du milieu, ce dernier est inhomogène.
- Par exemple dans les gaz dilués, loi de Gladstone :  $n - 1 \propto \frac{\rho}{T}$  (d'où les mirages).
- S'il dépend de la longueur d'onde, le milieu est dispersif.
- Par exemple de nombreux verres, loi de Cauchy :  $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$

• 1<sup>ère</sup> loi de Descartes : Un rayon lumineux arrivant sur un dioptre est réfracté selon le plan d'incidence. Un rayon lumineux arrivant sur un miroir est réfléchi selon le plan d'incidence.

• 2<sup>e</sup> loi de Descartes :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$  et  $r = -i$  (miroir plan).

### Cas de l'approximation de Gauss : stigmatisme approché.

• Formules des lentilles minces  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$  et  $\gamma = \frac{OA'}{OA}$

• Formules des miroirs sphériques :  $\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC}$  et  $\gamma = -\frac{SA'}{SA}$

• Une projection avec une lentille mince ne peut se faire que si la distance focale  $f'$  de la lentille est inférieure au quart de la distance  $D$  entre l'objet et l'écran. (cas égal  $\rightarrow$  position de Silberman).

### Modèle scalaire des ondes lumineuses

La lumière peut être décrite par la propagation d'un champ scalaire  $a(M, t)$  qui dans le cas d'une source étendue, vaut :

$$a(M, t) = \sum_i a_i(M, t)$$

Cas d'une source ponctuelle : décomposition de Fourier en ondes monochromatiques

$$a(M, t) = A(M) \cos(\omega(t - \tau_M) - \phi_S)$$

avec  $\tau_M$  temps de propag. de  $S \rightarrow M$ .

Chemin optique : mesure en unité de longueur du temps de propag. de  $S \rightarrow M$ , noté  $(SM)$ .

$$(SM) = \int_S^M n(P) ds = c_0 \tau_M$$

$$\text{d'où } a(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \phi_S - 2\pi \frac{(SM)}{\lambda_0})$$

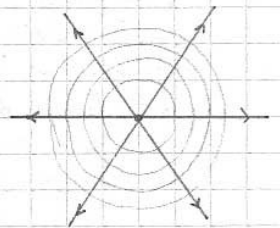
• L'éclairement est :  $E(M) = 2 \langle a^2(M, t) \rangle$  Puissance reçue par unité de surface.

Pour une onde  $a(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \phi_M)$  :  $E(M) = A^2(M)$ .

### Milieux homogènes.

- Dans un milieu homogène, les rayons lumineux sont des droites.
- Théorème de Malus : les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'ondes.
- Amplitude d'une onde sphérique :  $a(M, t) = \frac{C}{r} \cos(\omega t - \phi_S - \frac{2\pi n r}{\lambda_0})$

• Pour une onde plane :  $a(M, t) = A \cos(\omega t - \phi_0 - \vec{k} \cdot \vec{OM})$  avec  $\vec{k} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}$



### Milieux inhomogènes

On effectue l'approximation de l'optique géométrique sur une portion locale d'espace.

- Condition de stigmatisme : un point  $A'$  est une image réelle d'un point  $A$  à travers un système optique  $(\Sigma)$  si le chemin optique  $(AA')$  est indépendant du rayon lumineux traversant  $(\Sigma)$ .

## INTERFÉRENCES LUMINEUSES

### Superposition de deux ondes lumineuses

Lorsque l'éclairement résultant de la superposition de deux ondes n'est pas la somme des éclairements, les deux ondes sont dites cohérentes et donnent lieu à un phénomène d'interférences.

- Différence de marche:  $\delta_M = (S_2M) - (S_1M) = c_0(\tau_{S_2M} - \tau_{S_1M})$ .
- Deux ondes cohérentes ont nécessairement la même pulsation, donc la même longueur d'onde. Deux ondes émises par deux sources ponctuelles distinctes sont incohérentes et totalement décorrélées.
- Un diviseur d'onde permet de dissocier les trajets de deux ondes venant d'une même source  $S$  par exemple un miroir de Fresnel ou une lame d'air.
- Deux ondes issues d'une même source ponctuelle monochromatique ne sont cohérentes que si la différence de marche  $\delta_M$  est inférieure en valeur absolue à la longueur de cohérence  $l^* = c_0 \tau$  de la source.
- Formule de FRESNEL: 
$$E(M) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1}\sqrt{E_2} \cos \phi_M \quad (\text{pour ondes cohérentes}).$$

- Les franges brillantes sont obtenues lorsque les deux ondes sont en phase, ou que la différence de marche est un multiple de la longueur d'onde, ou que l'ordre d'interférences  $p_M = \delta_M / \lambda_0$  est entier. On dit alors que les interférences sont constructives.
- Le contraste d'une figure d'interférences est maximal si les éclairements des sources qui interfèrent sont voisins.

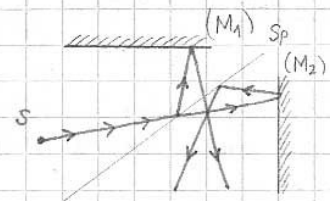
### Superposition de plusieurs ondes lumineuses

- Amplitude complexe:  $\underline{a}(M, t) = a(M, t) + j a(M, t - T/4) = A(M) \exp(j\omega t - j\phi_M)$
- Pour une superposition d'ondes cohérentes, les amplitudes complexes sont additives  $\rightarrow$  
$$\underline{a}(M) = \sum_i \underline{a}_i(M).$$
- Pour une superposition d'ondes cohérentes, on calcule l'éclairement en sommant les amplitudes complexes, puis en prenant le carré du module. 
$$E(M) = |\underline{a}(M)|^2 = a(M) a^*(M)$$
- L'éclairement résultant d'interférences entre  $N$  ondes cohérentes présente un maximum absolu lorsque toutes les ondes sont en phase.  $\rightarrow$  Interférences constructives.

### L'interféromètre de Michelson

Deux miroirs plans ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) } montage en lame d'air si utilisés en orthogonale  $\} et une séparatrice semi-réfléchissante.$

- Les franges d'interférences d'un interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air et éclairé par une source étendue sont localisées à l'infini.  $\rightarrow$  Franges d'égal inclinaison.  $\delta = 2e \cos i$
- Les franges d'interférences d'un interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air (angle  $\alpha$  entre ( $M_1$ ) et ( $M_2$ )) et éclairé par une source étendue sous incidence quasi-normale, sont localisées au voisinage des miroirs.  $\rightarrow$  Franges d'égal épaisseur.  $\delta_M = 2e \sin \alpha$ .



### Interférences en lumière non-monochromatique

Une source lumineuse réelle n'est jamais strictement monochromatique: entre les longueurs d'onde  $\lambda$  et  $\lambda + d\lambda$  elle émet une onde d'éclairement:  $dE_0 = F(\lambda) d\lambda$

où  $F(\lambda) = dE_0 / d\lambda$  est la densité spectrale de la source.

- Lorsqu'un interféromètre est éclairé par une raie de largeur spectrale  $\Delta\lambda$  non-nulle et qu'on observe les franges là où la différence de marche  $\delta$  est supérieure en valeur absolue à la longueur de cohérence  $l^*$ , tout se passe comme si les deux ondes étaient incohérentes.
- Les interférences en lumière blanche se caractérisent un éclairement blanc d'ordre supérieur.

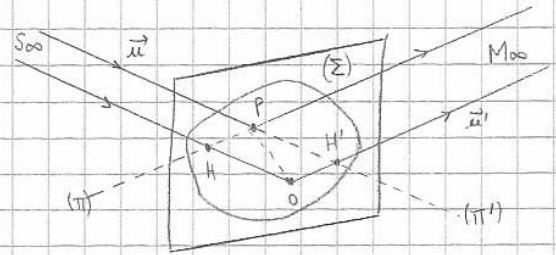
## DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES

### Principe de Huygens-Fresnel

Dans les conditions de Fraunhofer (source S et M à l'infini)

l'amplitude complexe s'écrit :

$$a_{(M)} = KA_0 \exp(-jk_0(SOM)) \iint_{(\Sigma)} \exp(jk_0(\vec{u}' - \vec{u}) \cdot \vec{OP}) d\sigma(P)$$



- Diffraction par une ouverture rectangulaire : l'onde diffractée en M est en phase avec l'ondelette émise par son centre O.
- Dans une figure de diffraction de Fraunhofer, les dimensions caractéristiques  $\delta$  de l'ouverture diffractante interviennent par leurs inverses  $1/\delta$ .
- Une fente fine ne diffracte notablement que dans une direction perpendiculaire, d'où :

$$a_M = KA_0 \exp(-jk_0(SOM)) \int \exp(jk_0(\alpha' - \alpha)X) dX \quad \text{pour une fente fine.}$$

- Du fait de la diffraction sur les bords des montures, l'image  $S'$  d'un point S à travers un instrument d'optique n'est pas ponctuelle, mais constituée d'une tache-image, dont le rayon est d'autant plus faible que celui des montures est grand. La diffraction limite le pouvoir séparateur des instruments d'optique.

### Diffraction par un diagramme de phase ou d'amplitude

- Transparence complexe  $\epsilon(P)$  :  $a(P') = \epsilon(P) a(P)$
- Théorème de Babinet : les figures de diffraction de Fraunhofer de deux écrans complémentaires sont identiques, sauf sur l'image géométrique  $S'$  de la source S.

### Diffraction par des motifs jumeaux translats.

- L'éclairement  $E(M)$  est le produit de l'éclairement  $E_{\text{motif}}(M)$  qui serait diffracté par un des motifs s'il était seul, par la fonction d'interférences  $I(M)$  de N ondelettes d'éclairement unité émises par les origines  $O_i$  prises sur les motifs.
- $$I(M) = \left| \sum_{i=1}^N \exp(-jk_0(SO_i M)) \right|^2$$

### Fentes d'Young éclairées par une source ponctuelle.

L'éclairement diffracté s'écrit :

$$E(M) = E_0 \sin^2 \left( \frac{\pi(\theta' - \theta)e}{\lambda_0} \right) \left( 2 + 2 \cos \left( \frac{2\pi(\theta' - \theta)a}{\lambda_0} \right) \right)$$

- Fente-source parallèle infiniment fine : obtention de franges rectilignes.
- Lorsqu'un dispositif interférentiel est éclairé par une source suffisamment étendue, les franges d'interférences se brouillent et on obtient un éclairement uniforme. Tout se passe comme si les ondes engendrées par un dispositif interférentiel éclairé par une source étendue étaient incohérentes dès que  $\Delta p_{\text{max}} \geq 1$ .

### Réseau plan

C'est un ensemble de N fentes fines et longues de largeur  $e$ , équidistantes d'un pas de  $a$ . La condition d'interférences constructives s'écrit :

$$\sin i' - \sin i = \frac{p\lambda_0}{a} \quad (p \in \mathbb{Z})$$

