DIPÔLES ELECTROCINETIQUES

Intensité d'un courant.

C'est la charge dq traversant une section S de conducteur pendant dt $\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$
Unité : Ampère A.
L'intensité est une grandeur algébrique : $i > 0$ selon le sens de déplacement des charges positives. L'intensité est conservative : elle a la même valeur à travers toute section d'un conducteur, dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires.

Lois de Kirchhoff.

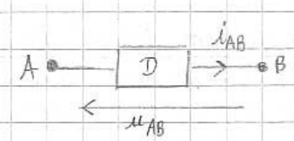
Lois des nœuds : $\sum_k \varepsilon_k i_k = 0$ ($\varepsilon_K = +1$ si i_K arrive sur N, $\varepsilon_K = -1$ si i_K part de N).

Lois des mailles : $\sum_k \varepsilon_k u_k = 0$ ($\varepsilon_K = +1$ si u_K orienté ds le sens de la maille, $\varepsilon_K = -1$ sinon)

Dipôles électrocinétiques

- Un dipôle est un composant électrique comportant des bornes d'entrée et de sortie du courant.
- Puissance algébriquement reçue : $\mathcal{P} = u_{AB} i_{AB}$.

Le dipôle est récepteur / passif $\Rightarrow \mathcal{P} > 0$
le dipôle est générateur / actif $\Rightarrow \mathcal{P} < 0$



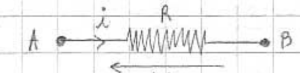
- La caractéristique tension-courant est une courbe de variations de i en fonction de u.

Dipôle passif $\Rightarrow$ caractéristique PASSE par l'origine ; Dipôle actif $\Rightarrow$ NE PASSE PAS...

- Un dipôle est linéaire dans le cas d'une relation affine entre i et u, ou d'une équation différentielle linéaire (à coeff. const) reliant i et u.

Conducteur Ohmique ou résistor

Dipôle présentant une certaine "résistance" (en Ohm Ω) au passage du courant, selon la loi d'Ohm : $u = Ri$.



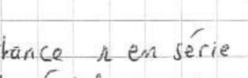
Pour conducteur cylindrique de $\left.\begin{matrix}\text{longueur } \ell \\ \text{section } S\end{matrix}\right\}$ $R = \rho \frac{\ell}{S}$ (ρ : résistivité).
Puissance consommée (selon l'Effet Joule) : $\mathcal{P} = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$

Condensateur idéal

Relation courant-tension : $i = C \frac{du}{dt}$ avec $q = Cu$ et $i = \frac{dq}{dt}$.
Energie électrique emmagasinée : $E = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$
Continuité de u et q.

Bobine idéale

Relation courant-tension : $u = L \frac{di}{dt}$
Energie magnétique emmagasinée : $E = \frac{1}{2} L i^2$
Continuité de i.



Dipôles actifs.

Source indépendante de tension : $u = e \ \forall i$ (force électromotrice e)
Source indépendante de courant : $i = \eta \ \forall u$ (courant électromoteur η)
Sont équivalents :

- un générateur idéal de tension de f.e.m. e, de résistance r en série
- un générateur idéal de courant de c.e.m. $\eta = \frac{e}{r}$, de résistance r en parallèle.

CIRCUITS LINEAIRES.

Association de dipoles passifs

GROUPEMENT DE...	...EN SERIE	...EN PARALLELE
Résistors	$R_{eq} = \sum_k R_k$	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_k \frac{1}{R_k}$
Condensateurs	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_k \frac{1}{C_k}$	$C_{eq} = \sum_k C_k$
Bobines	$L_{eq} = \sum_k L_k$	$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_k \frac{1}{L_k}$.

Diviseurs de tension ou de courant.

- Pont diviseur de tension : $\frac{u'}{u} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ — R_1 et R_2 parcourus par i. u aux bornes de R_1+R_2 ; u' aux bornes de R_2.
- Diviseur de courant : $\frac{i_K}{i} = \frac{G_K}{G_{eq}}$ avec $G_{eq} = \sum_k G_K$.
Groupement de résistances R_K en parallèle alimentées par un courant total i.

Groupement de générateurs.

Modélisation de Thévenin (fem e, r en série) pour un groupement série.
Modélisation de Norton (cem η, r en parallèle) pour un groupement parallèle.

Etude d'un circuit linéaire.

Pour un circuit à 1 maille, loi de Pouillet : $i = \frac{\sum_k \varepsilon_K e_K}{R + \sum_k r_k}$ ($\varepsilon_K = +1$ si e_K orienté selon i).
Pour un circuit à plusieurs mailles : lois de Kirchhoff.

Potentiel de noeud. - Théorème de Millman.

- Loi des noeuds en terme de potentiel :

$$\sum_k g_K \left[V_K - V_N + \varepsilon_K e_K \right] + \sum_k \varepsilon_K \eta_K = 0$$

avec $\varepsilon_K = +1$ si e_K ou η_K orienté ~~selon~~ vers N.
(ensembles de branches, issues de points A_K, aux potentiels V_K, parvenant en un même noeud N, qui comportent des générateurs ou de simples résistances.

- Forme pratique du théorème de Millman:

$$V_N - V_{masse} = u_N = \frac{\sum_k \varepsilon_K g_K e_K + \sum_k \varepsilon_K \eta_K}{\sum_k g_K}$$

avec $\varepsilon_K = +1$ si e_K ou η_K orienté vers N dans le cas de branches partant d'une ligne de masse.

Théorème d'Helmholtz de superposition des états électriques.

L'état électrique d'un circuit linéaire comportant des sources indépendantes de tension ou de courant est obtenu en superposant les états associés à chaque source supposée seule (en remplaçant les autres sources de tension par un fil et les autres sources de courant par un interrupteur ouvert).

ELECTRICITE I

REGIMES TRANSITOIRES D'UN CIRCUIT R, L, C.

Charge d'un condensateur d'un circuit R, C.

Equation différentielle du circuit : $\tau \frac{du}{dt} + u = E$ (constante de temps $\tau = RC$).
Continuité de u aux bornes du condensateur.
Solutions : $u(t) = E\left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right] = \frac{q(t)}{C}$ et $i(t) = C\frac{du}{dt} = \frac{E}{R}\exp(-\frac{t}{\tau})$.
Aspect graphique : la tangente à l'origine des graphes $u(t)$ ou $i(t)$ coupe les asymptotes $u = E$ et $i = 0$ en $t = \tau$.
Bilan énergétique instantané : $d(\frac{1}{2}Cu^2) + Ri^2\,dt = E i\,dt$.

Réponse d'un circuit R, L à un échelon de tension.

Equation différentielle du circuit : $\tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$ (const. de temps $\tau = \frac{L}{R}$).
Continuité de i circulant dans la bobine.
Solutions $i = \frac{E}{R}\left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right]$ et $u = L\frac{di}{dt} = E\exp(-\frac{t}{\tau})$

Bilan énergétique instantané : $d(\frac{1}{2}Li^2) + Ri^2\,dt = Ei\,dt$.

Régime libre d'un circuit R, L, C série.

Equations différentielles du second ordre :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2u}{dt^2} + 2\lambda\dfrac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0 \\ \dfrac{d^2u}{dt^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0 \end{cases}$$

- pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- coeff. d'amortissement $\lambda = \frac{R}{2L}$
- facteur de qualité $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

Equation caractéristiques :
$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$ $\quad (\lambda = \frac{\omega_0}{2Q})$

- Régime apériodique : $\lambda > \omega_0$ ou $Q < \frac{1}{2}$ (amortissement élevé)
$u(t) = e^{-\lambda t}\left(a\exp(\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}\,t) + b\exp(-\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}\,t)\right)$ cst d'intg a et b → cond° init.
- Régime critique : $\lambda = \omega_0$
$u(t) = (a + bt)\exp(-\omega_0 t)$
- Régime pseudo-périodique pour $\lambda < \omega_0$ ou $Q > \frac{1}{2}$ (amortissement faible).
$u(t) = a\exp(-\lambda t)\cos(\Omega t + \phi)$ → pseudo-pulsat° : $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$
décrément logarithmique : $\delta = \ln\left[\frac{u(t)}{u(t+T)}\right] = \lambda T$.

Bilan énergétique instantané : $d(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2) = -Ri^2\,dt < 0$.

Analogie électromécanique.

Analogie entre un circuit R, L, C série et une particule élastiquement liée (masse m, raideur k du ressort) avec force de frottement fluide de coeff. α :

charge q ↔ position x — inductance L ↔ masse m — ~~charge q~~
intensité i ↔ vitesse v — résistance R ↔ coeff. α — capa C ↔ coeff. $\frac{1}{k}$

ELECTRICITE I